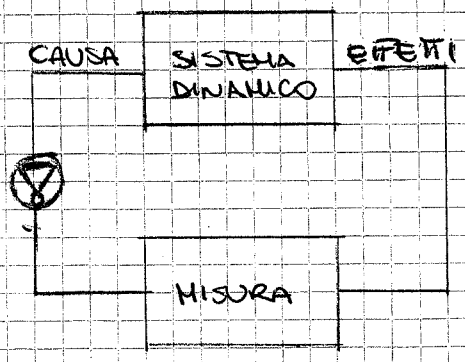
CONTROLLI AUTOMATICI

ANELLO DI CONTROLLO (O DI REGOLAZIONE)

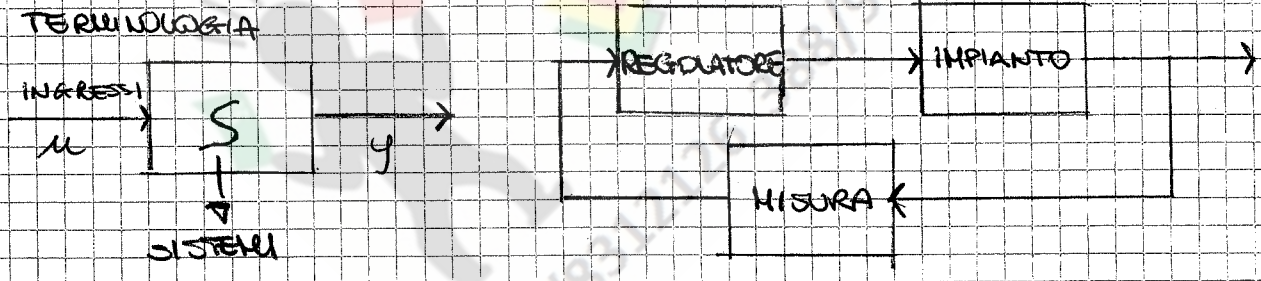


MASTER COPY

Tel. 388/9837745



ANELLO DI FEEDBACK (RETROAZIONE)



I NOSTRI SISTEMI SONO DEFINITI DA EQUAZIONI DIFFERENZIALI. IL CASO STANDARD È RAPPRESENTATO DA EQUAZIONI DI STATO:

- SISTEMI LINEARI E STAZIONARI

ABBIAMO POI PER I SISTEMI DINAMICI:

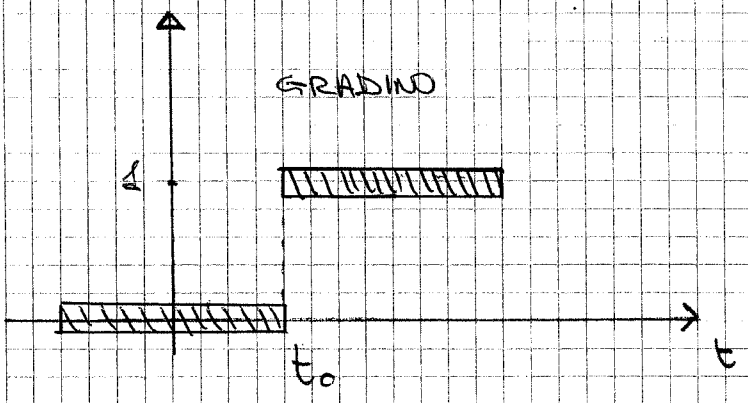
- STABILITÀ
- RAGGIUNGIBILITÀ E OSSERVABILITÀ

METODO DELLA TRASFORMATA DI LAPLACE

- FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

(IL PRODOTTO FRA INGRESSO E FUNZIONE DI TRASF. OTTENIAMO L'USCITA)

RISPOSTA DEL SISTEMA A SEGNALI TIPICI



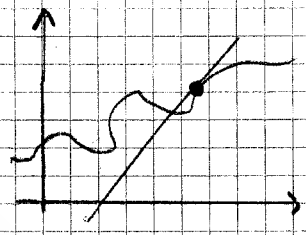
SEGNALE DI TIPO DISCONTINUO

↓

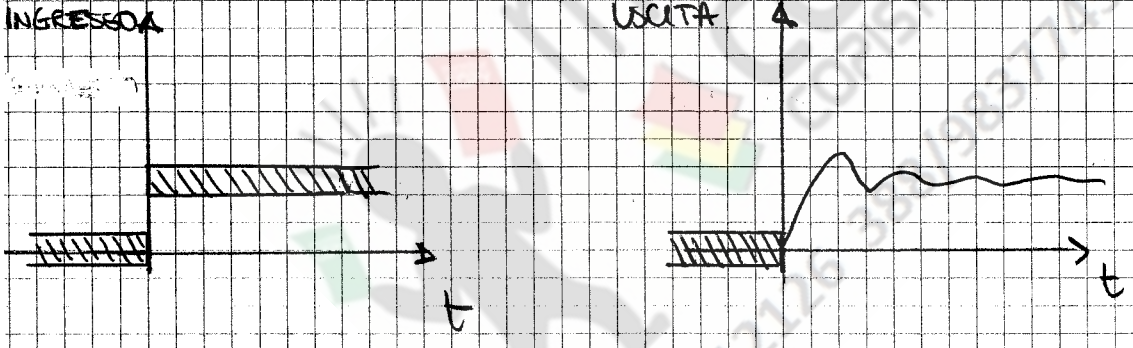
PER POTER RISOLVERE LE EQUAZIONI DIFFERENZIALI LE FUNZIONI COINVOLTE DEVONO ESSERE CONTINUE E LIPSCHITZIANE.

RIPASSO: $f(t)$ è LIPSCHITZIANA SE:

$$\exists L \in \mathbb{R} : \forall t_1, t_2 \text{ con } t_1 > t_2 : |f(t_2) - f(t_1)| \leq L |t_2 - t_1|$$



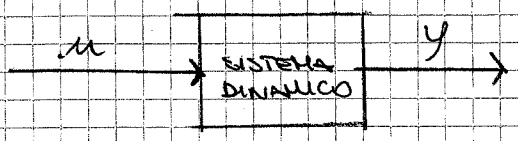
FUNZIONAMENTO NEON



LA QUALITÀ DELLA RISPOSTA DI UN SISTEMA A GRADINO DIPENDERÀ DALL'USCITA DEL SISTEMA

FINE INTRODUZIONE

INIZIO DEL CORSO — SISTEMI



IL SISTEMA È UN SISTEMA FISICO SUL QUALE INDIVIDUIAMO LE CAUSE DELLE VARIAZIONI E GLI EFFETTI CONSEGUENTI

$\underline{u}(t) \in \mathbb{R}^m \qquad \underline{u}(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{pmatrix}$ VETTORE INGRESSO FUNZIONE DEL TEMPO

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

$\underline{y}(t) \in \mathbb{R}^p \rightarrow$ VETTORE USCITA

$\underline{x}(t) \in \mathbb{R}^n \rightarrow$ STATO: INSIEME DI INFORMAZIONI SUL SISTEMA NECESSARIO (E SUFFICIENTE) AD OGNI ISTANTE DI TEMPO t_0 PERCHÉ SIA POSSIBILE DETERMINARE UNIVOCAMENTE $\underline{y}(t)$ (E ANCHE $\underline{x}(t)$) PER $t > t_0$, DATA LA CONOSCENZA DI $\underline{u}(t)$ PER $t \geq t_0$

ESEMPIO: LO STATO DELL'AUTOMOBILE HA DIMENSIONE 2 (v E x)

COME EVOLVE IL SISTEMA?

$\underline{x}(t) = \underline{\phi}(t_0, \underline{x}(t_0), \underline{u}(t), t)$ PER $t > t_0$

PER $t = t_0$ LA FUNZIONE È UN'IDENTITÀ.

$\underline{y}(t) = \underline{g}(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t)$ PER $t \geq t_0$

FORMA STANDARD

$$\dot{\underline{x}}(t) = \frac{d\underline{x}}{dt}(t) = \begin{pmatrix} \frac{d}{dt} x_1(t) \\ \vdots \\ \frac{d}{dt} x_n(t) \end{pmatrix} = \underline{f}(t, \underline{x}(t_0), \underline{u}(t))$$

$$\underline{y}(t) = \underline{g}(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t)$$

CASO PARTICOLARE: SISTEMI STAZIONARI

$$\text{se} \begin{cases} f(t, \underline{x}(t_0), \underline{u}(t)) = f(\underline{x}(t_0), \underline{u}(t)) & \text{per } t \geq t_0 \\ g(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t) = g(\underline{x}(t), \underline{u}(t)) \end{cases}$$

NON C'È ESPLICITA DIPENDENZA DAL TEMPO, SU BREVI INTERVALLI MOLTI STATI SONO STAZIONARI

LINEARITÀ

UN SISTEMA STAZIONARIO SI DICE LINEARE SE:

$$\left.\begin{array}{l} i)\ x_1(t) = \underline{\Phi}(\underline{x}(t_0), \underline{u}_1(t)) \\ ii)\ x_2(t) = \underline{\Phi}(\underline{x}(t_0), \underline{u}_2(t)) \end{array}\right\} \forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

$$\underline{\Phi}(\underline{x}(t_0), \alpha u_1(t) + \beta u_2(t)) = \alpha x_1(t) + \beta x_2(t)$$

↓

SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

SE IL SISTEMA È STAZIONARIO POSSIAMO PRENDERE COME CONVENZIONE $t = t_0$

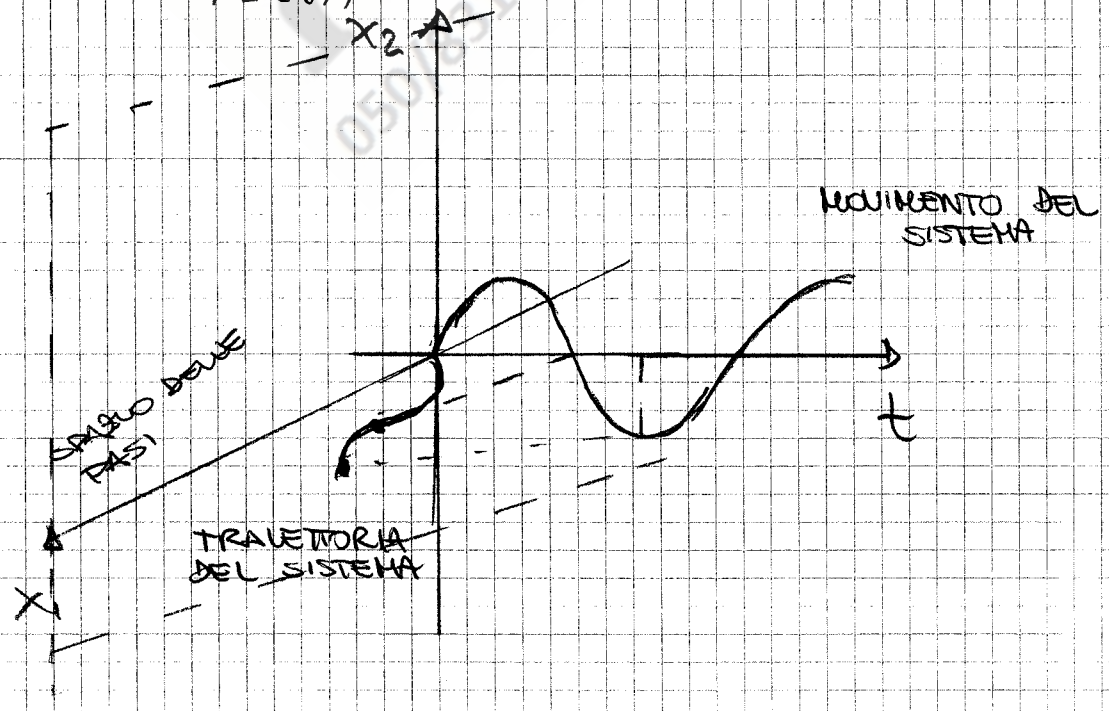
ESEMPIO.

$$\dot{x}(t) = f(x(t_0), u(t)) \qquad t_0 = 0$$

$$n = 2 \qquad \underline{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$$

MASTER COPY

Tel. 388/9837745



SISTEMA AUTONOMO

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u})$$

$$\underline{y} = \underline{g}(\underline{x}, \underline{u})$$

SIA DATO UN INGRESSO $\underline{u}(t) = \underline{u}^*$ (COSTANTE)
DICIAMO CHE LO STATO $\underline{x}^*$ È UNO STATO DI EQUILIBRIO PER L'INGRESSO $\underline{u}^*$ SE $\underline{f}(\underline{x}^*, \underline{u}^*) = \underline{\phi}$

SISTEMA AUTONOMO: SISTEMA IN CUI L'INGRESSO È 0
ATTORNO AD UN PUNTO DI EQUILIBRIO È POSSIBILE LINEARIZZARE IL SISTEMA. I SISTEMI NON LINEARI POSSONO ESSERE APPROSSIMATI A SISTEMI LINEARI NEI PUNTI DI EQUILIBRIO.

DEFINIZIONE PER SISTEMA AUTONOMO ($\underline{u}^* = 0$)

SIA $\underline{u}^* = \underline{0}$ E $\underline{f}(\underline{x}^*, \underline{0}) = \underline{0} \Rightarrow \underline{x}^*$ È STATO D'EQUILIBRIO PER IL SISTEMA AUTONOMO

LO STATO $\underline{x}^*$ SI DICE STATO DI **EQUILIBRIO STABILE** SE:

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta_\varepsilon \text{ t.c. se } |x^* - x(0)| < \delta_\varepsilon \Rightarrow |\underline{x}(t) - x^*| < \varepsilon \ \forall t \geq 0$$

